

РЕЦЕНЗИЯ

от професор д.м.н. Георги Христов Георгиев
катедра “Алгебра и геометрия” при Факултет по математика и информатика
на Шуменски Университет”Епископ Константин Преславски”
на дисертационен труд за придобиване на образователната и научна степен”Доктор”
в област на висше образование: 4 “Природни науки, математика и информатика”
професионално направление 4.5 „Математика”,
докторска програма/ научна специалност „Геометрия и топология”

Автор: Мария Вълкова Иванова

Тема: Характеризиране на Риманови многообразия чрез оператори
на Якоби и Станилов

Научен ръководител: проф. д-р Веселин Тотев Видев,
катедра “Информатика и Математика” на СФ, при Тракийски Университет

1. Предмет. Със заповед №РД-16-087/30.06.2014 на Ректора на ШУ”Епископ Константин Преславски”, съм определен за член на научно жури за публична защита на дисертационен труд за придобиване на образователната и научна степен “Доктор”, с тема “Характеризиране на Риманови многообразия чрез оператори на Якоби и Станилов”, в област на висше образование 4-“Природни науки, математика и информатика”, професионално направление 4.5-„Математика”, докторска програма „Геометрия и топология”. Автор на дисертационния труд е Мария Вълкова Иванова, докторант на самостоятелна подготовка в катедра “Алгебра и геометрия”, при Факултета по Математика и Информатика на ШУ”Епископ Константин Преславски”. С Протокол №1/ 04.07.2104 от първото заседание на научното жури съм определен да напиша рецензия по процедурата, въз основа на представения ми комплект материали, който е в съответствие с ПРАС на ШУ, и включва следните документи:

-заповед №РД.10.995/5.06.2014 на Зам.-Ректора на ШУ за предсрочно отчисляване на докторанта с право на защита;

-протокол №11/23.06.2104 от разширен катедрен съвет, на който предварително е обсъден дисертационния труд;

-заповед №РД-16-087/30.06.2014 на Ректора на ШУ за назначаване на научно жури за публична защита на дисертацията;

- протокол №1/04.07.2104 от първото заседание на научното жури;

- професионална автобиография на докторанта;
- дисертационен труд;
- автореферат;
- справка за приносните моменти в дисертацията;
- списък на научните публикации по темата на дисертацията;
- копия на научните публикации по темата на дисертацията;

2. Биографични данни за докторанта. Мария Вълкова Иванова е родена на 15.11.1974 г. в град Ямбол, завършила е ПУ "Паисий Хилендарски" през 1998 г. като магистър по Педагогика на обучението по Математика и Информатика. През 2009 г. придобива степен Магистър по приложна математика от University of Colorado, Денвър, САЩ. Трудовата ѝ дейност е като преподавател в един български и три американски университета: в периода 1998-2003 г. е асистент по математика и информатика във Факултет "Техника и технологии" на Тракийски Университет – Стара Загора, след това е преподавател по математика в University of Colorado през 2009 г., а от 2010 г. досега е преподавател по математика в Colorado Technical University и Metropolitan State University. Зачислена е като докторант на самостоятелна подготовка по докторска програма „Геометрия и топология“ в Шуменски Университет през юни 2013г. След успешно изпълнение на дейностите по индивидуалния учебен план е отчислена предварително с право на защита през юни 2014г. Научните интереси на Мария Иванова са в областта на диференциалната геометрия на римановите многообразия.

3. Актуалност на проблематиката. Един от основните въпроси в съвременната диференциална геометрия е определянето на метриката на произволно псевдо-Риманово многообразие чрез тензора на кривина. За положителното решаване на този се използват главно различните оператори на кривина, дефинирани чрез тензора на кривина като оператора на Якоби, операторите на Станилов и други. За начало може да се счита 1988 г., когато Р.Осерман постави задачата да се изследват Риманови многообразия за които оператора на Якоби да има собствени стойности, които са глобални константи върху многообразието. Тази задача бе решена от К.Ш.Чи в неговата докторска дисертация, защитена в Бъркли. Многообразието с това свойство бяха наречени глобални Осерманови като бе доказано, че те са двуточково хомогенни пространства. По късно Гилки, Суон и Ванхеке поставиха въпроса за Риманови многообразия, за които операторът на Якоби има собствени стойности, които са константи във всяка точка от многообразието, но в различните точки могат да са различни. Тези многообразия бяха наречени точково постоянни Осерманови и бяха подробно разучени от група

изследователи, работещи по тези и други тясно свързани с оператора на Якоби проблеми, В това научно направление съществен принос има и българската школа в диференциалната геометрия. Гр. Станилов дефинира кососиметричен оператор, който е обобщение на оператора на Якоби и който по късно бе наречен кососиметричен оператор на Станилов. Той също така започна изучаването на комутиращи оператори на кривина. Тематиката, въведена от Гр. Станилов бе продължена и разширена от алгебрична, геометрична и топологична гледна точка. Съществени резултати са получени от П.Гилки, Е.Гарсиа-Рио, Р.Васкес, С.Никцевич, П.Ставре, Ст.Иванов, И.Петрова, И.Ставров, В.Видев и други математици. По същата тематика бяха защитени две дисертации в СУ"Св.Кл.Охридски"-, три дисертации в Орегонски държавен университет, САЩ, една дисертация в Университета в Крайова, Румъния и една дисертация в Университета в Сантяго де Компостела, Испания. Проблемите поставени от Р.Осерман и Г.Станилов станаха обект на редица изследвания, проведени от математици от различни страни. Като изключително активен в тази област може да се посочи Питър Гилки, от Орегонския държавен Университет в САЩ, който заедно със свои докторанти и колеги, разшири това ново направление с изучаването на нови класове от Риманови и псевдо-Риманови многообразия. В настоящата дисертация докторантката М. Иванова е разработила и е получила съществени резултати, които имат пряка връзка с проблемите поставени от Осерман и Станилов.

4. Обща характеристика на дисертационния труд. Дисертацията е посветена на изследването на Римановите многообразия чрез операторите на Якоби и Станилов. По-точно, чрез оператора на Якоби, кососиметричния оператор, обобщения оператор на Якоби и оператора на Станилов са характеризирани някои класове от Риманови и почти Ермитови многообразия удовлетворяващи точково постоянни условия и алгебрични равенства. Освен това са получени резултати за Римановите многообразия, върху които тези оператори на кривина комутират.

Дисертационният труд е разделен на 6 части: Увод, Изложение, Заключение, Декларация за оригиналност, Библиография, Цитати.

Основната част – Изложение съдържа седем параграфа В тях са разгледани Риманови многообразия с постоянна секционна кривина, точково постоянни и глобални Осерманови пространства, локално евклидови хиперповърхнини, IP -многообразия и хиперповърхнини, почти Ермитови многообразия с точково постоянна холоморфна секционна кривина, обобщени комплексни пространствени форми, Айнщайнови многообразия, многообразия на Станилов-Видев. Изследванията са насочени към решаването на следните задачи:

1. Характеризиране на четиримерни точково постоянни Осерманови пространства чрез два от характеристичните коефициенти на оператора на Якоби индуциран от вектор, принадлежащ на една от координатните равнини на базиса на Сингер-Торп.
2. Характеризиране на хиперповърхнини с постоянна секционна кривина и локално евклидови хиперповърхнини в R^5 , чрез точково постоянни условия за собствените стойности на оператора на Якоби.
3. Характеризиране на точково постоянни хиперповърхнини на Станилов в евклидовото векторно пространство, за които кососиметричният оператор на Станилов притежава точково постоянни собствени стойности във всяка точка от хиперповърхнината.
4. Характеризиране на почти Ермитови многообразия с постоянна холоморфна секционна кривина и обобщени комплексни пространствени форми чрез дуалния принцип на Ракич, и чрез степенни равенства за оператора на Якоби.
5. Характеризиране на четиримерните Риманови многообразия с постоянна секционна кривина чрез комутационни равенства за оператори на Станилов относно една и съща или ортогонални двумерни площадки.
6. Характеризиране на четиримерни Айнщайнови Риманови многообразия чрез комутационни равенства за обобщени оператори на Якоби.

Трябва да се подчертае, че всяка от тези задачи е важна и решаването им е от значение в изучаването на разглежданите многообразия и хиперповърхнини.

Като резултат с най-съществен принос в дисертацията може да се счита получените в §7 Риманови многообразия, за които всеки два обобщени оператора на Якоби, дефинирани относно ортогонални подпространства на тангенциалното пространство към многообразието, комутират във всяка точка от многообразието. Освен това е доказано, че това са неразложими Айнщайнови многообразия. Други важни резултати в дисертацията са решенията на посочените по-горе проблеми, а именно : Характеризиране на хиперповърхнините с постоянна секционна кривина и локално-евклидовите хиперповърхнини в R^{n+1} , чрез условие операторът на Якоби да има точково постоянни собствени стойности; Характеризиране на хиперповърхнините с постоянна секционна кривина, обобщените параболични хиперповърхнини и IP -хиперповърхнините в R^5 чрез условие кососиметричният оператор на Станилов да има точково постоянни собствени стойности; Характеризиране на почти Ермитовите многообразия с постоянна холоморфна секционна кривина и обобщените комплексни пространствени форми, чрез дуалния принцип на Ракич; Характеризиране на четиримерните пространства с постоянна секционна кривина, чрез комутационни условия за кососиметричният оператор на Станилов и обобщения оператор на Якоби от ред 2, дефинирани относно едни и съща или ортогонални двумерни площадки.

5. Публикации и цитирания. Дисертацията е базирана на 5 научни публикации и 1 резюме в специализирани научни издания, Четири от статиите са в съавторство с научния й ръководител В. Видев, като в две от тях има и трети съавтор Ж. Желев. Една от статиите е в съавторство с Ю. Цанков. Резюмето също е в съавторство с В. Видев. Да отбележим, че 1 статия и 1 резюме са в Journal of Geometry, което е международно списание с импакт ранк; 1 статия е в International Journal of Pure and Applied Mathematics, което е също списание с импакт ранк; 1 статия е в научни трудове на ПУ"Паисий Хилендарски", което е реферирано издание; 1 статия е в "Математика и Математическо Образование"; 1 статия в научни трудове на на СУБ, Стара Загора. Специфичните изисквания на ФМИ на ШУ са изпълнени.

Като важен положителен момент може да се добави, че статията, представяща един от основните резултати на дисертацията

Zhelev, Zh., M. Ivanova, V. Videv. *Four-dimensional Riemannian manifolds with commuting higher order Jacobi operator*. Plovdiv University "Paisii Hilendarski", Bulgaria, Mathematics, vol. 35, Book 3, (2007), 167-180.

е цитирана в 4 статии в авторитетни списания с импакт фактор и 1 монография, и то само от известни чужди автори.

6. Автореферат. Авторефератът на дисертацията напълно отразява съдържанието й. Той е в обем от 26 страници, като в него са описани целите и основните резултати постигнати в дисертацията, даден е списък от 60 литературни източника, както и 5 цитата на статии по дисертацията.

7. Препоръки. Понеже резултатите в дисертационния труд са актуални и съвременни, те могат да се продължат в нови изследвания върху операторите на Якоби и Станилов и свързани с комутативните свойства на тези оператори.

8. Заключение. Докторантката Мария Иванова е навлязла дълбоко в проблемите, разгледани в дисертацията, Избраната методика на изследване дава възможност за реализирането на поставените в дисертацията цели, Получените свойства и доказаните теореми са принос в изследването на Римановите многообразия чрез операторите на Якоби и Станилов. Дисертационният труд съдържа оригинални научни резултати, които са задължителни за едно сериозно изследване в съвременната геометрия. Дисертационния труд отговаря на Закона за развитие на академичния състав в Република България(ЗРАСРБ), правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния правилник за развитие на академичния състав(ПРАС) на ШУ "Епископ Константин Преславски" както и на специфичните изисквания на ФМИ. Докторантката Мария

Вълкова Иванова е изпълнила индивидуалния учебен план по докторска програма “Геометрия и топология”, като демонстрира качества и умения за самостоятелно провеждане на научни изследвания. Написаното до тук и представените дисертационен труд, автореферат и научни публикации, ми дават основание за *положителна оценка за проведеното изследване в представения дисертационен труд и предлагам на уважаемото научно жури да присъди образователната и научна степен “Доктор”* на Мария Вълкова Иванова, в област на висше образование: 4 “Природни науки, математика и информатика”, професионално направление 4.5 „Математика”, докторска програма „Геометрия и топология”.

29.08.2014 г.

Гр. Шумен

Рецензент: .....

/проф. д.м.н. Г. Георгиев/