РЕЦЕНЗИЯ

от проф. д. м. н. Степан Агоп Терзиян,
катедра Математика,
Факултет Природни науки и образование,
Русенски университет “Ангел Кънчев”,
ул. Студентска 8, Русе 7017,
e-mail: sterzian@uni-ruse.bg

на дисертационен труд за придобиване на образователна и научна степен “Доктор”, в област на висше образование 4 “Природни науки, математика и информатика”, професионално направление 4.5 “Математика”, докторска програма “Математически анализ”.

Автор: Мирослав Колев Христов
Тема: Алгебри на Бурген на подалгебри на H^{∞}
Научен ръководител : доц д-р Димчо Костов Станков,
Факултет по математика и информатика на Шуменския университет

1. Предмет.

Със Заповед N РД 16-001/14.01.2015 на Ректора на Шуменския университет “Епископ Константин Преславски” (ШУ), съм определен за член на научно жури за публична защита на дисертационен труд за придобиване на образователна и научна степен “Доктор” на тема “Алгебри на Бурген на подалгебри на H^{∞}” в област на висше образование 4 “Природни науки, математика и информатика”, Професионално направление 4.5 “Математика”, Докторска програма “Математически анализ”. Автор на дисертационния труд е гл.ас. Мирослав Колев Христов, задочен докторант в катедра “Математически анализ” при Факултет по математика и информатика (ФМИ) на ШУ.

С Протокол N 1/ 27.01.2015 по първото заседание на научното жури съм определен за рецензент на дисертационния труд. Представен ми е комплект материали, който е в съответствие с Правилника за развитие на академичния състав (ПРАС) на ШУ и включва следните материали и документи:

- Заповед N РД 16-001/14.01.2015 за назначаване на научно жури;
- Протокол N 1/ 27.01.2015 по първото заседание на научното жури;
- Професионална автобиография;
- Заповед N РД 07-4445/27.12.2007 за отписване с право на защита;
- Заповед N РД 409/21.01.2004 за прекъсване за една година;
- Заповед N РД 1613/20.09.2001 за зачисляване в задочна докторантура;
- Справка за научните приноси;
- Декларация;

- Дисертационен труд;
- Автореферат;
- Списък на научните публикации;
- Копия на научните публикации;
- Препис извлечение от Протокол N 5 на катедра “Математически анализ” от 18.12.2014.

2. Биографични данни за докторанта

Мирослав Колев Христов е роден на 26.06.1974 г. в гр. Шумен. Завършил е висшето си образование в ШУ през 1997 г. като Магистър по математика, учител по математика; от 2011 г. е главен асистент в катедра “Математически анализ”. Водил е семинари упражнения по Математически анализ, Комплексен анализ, Аналитична механика и Математика. Биле началник на учебен отдел на ШУ „Еп. К. Преславски” от 2009 до 2013 г. Научните му интереси са в областта на Банаховите алгебри и Алгебрите на Бурген. Зачислен е като задочен аспирант през 2001 г; през 2004 г. е прекъснал обучението си, а през 2007 г. е отчислен с право на защита.

3. Актуалност на проблематиката

В изложението по-нататък ще ползваме номерацията на източници от библиографията на представената дисертация. Ще поясним някои означения, които ще ползваме в текста. Тематиката е в областта на банаховите алгебри от аналитични функции развивана от известни математици като Jean Bourgain (Бурген), носител на Фийлдсов медал от 1994 и медал на Крауфорд от 2012, Цима, Тимони, Горкин, Изучи и др.

Нека Y е комутативна банахова алгебра с единица, X е линейно подпространство на Y и C е полето на комплексните числа. Цима и Тимони в [6] въвеждат понятието алгебра на Бурген, основавайки се на идеи на Жан Бурген [5].

Алгебра на Бурген $X_b = (X,Y)_b$ на X относно Y е множеството

$$X_b = (X,Y)_b := \{x \in Y : \forall (x_n) \subset X, x_n \to x \ \text{ слабо} \Rightarrow dist(xx_n, X) \to 0 \quad \text{при } n \to \infty\}.$$

С $H^\infty(D)$ се изначава банаховата алгебра от ограничените аналитични функции върху отворения единичен кръг D. Изучаването на алгебри на Бурген продължава в последните години с изследванията на:

- К. Изучи за алгебрите на Бурген за специални алгебри на Дъглас – [29], 2000 г.
- К. Изучи и Ш. Охно за алгебрите на Бурген на пространства от хармонични функции [30] - 2005 г.
- Т. Тонев и К. Иейл ([31], 2005 г.) ; С. Григорян и Т. Тонев ([32], 2006 г.) – за алгебри на Бурген върху големия (обобщения) кръг.
- А. Миралес - за алгебри на Бурген в многомерния случай в [33] , 2008 г.

Актуални за изучаване са и подалгебрите на алгебрите на Бурген, които са разгледани в дисертацията. За периода от 2000 г. до 2009 г., алгебрата

$\psi H^{\infty}(D)+C$ е изучавана от различни автори. Намерено е небходимо и достатъчно условие за разрешимост на крайната интерполационна задача от Дейвидсън и др. [22] и е решен проблемът за короната от Мортини, Сасане и Вик [23]. Глава 2 от дисертацията е посветена на алгебрата $\psi H^{\infty}(D)+C$ върху единичната окръжност и спектъра на H^{∞}.

През 2004 г. К. Изучи и Д. Суарес [34] изследват затворените инвариантни подпространства на H^{∞} и L^{∞}.

Ако X е максимално инвариантно подпространство на H^{∞}, то описанието на X става чрез алгебри от вида ψH^{∞}, където ψ е крайно произведение на Блашке

$$B(z)=z^{p}\prod_{k=1}^{n}\left(\frac{-\overline{z_k}(z-z_k)}{|z_k|(1-\overline{z_k}z)}\right)^{p_k}.$$

В България изследванията в тематиката водят началото си от статии на проф. Тома Тонев.

4. Обща характеристика на дисертационния труд

Представеният дисертационен труд е на 79 страници и съдържанието се състои от Въведение, 3 глави и Библиография с 36 литературни източника, сред които 6 са на автора М. Христов, сред които 2 са в съавторство с научния ръководител Д. Станков, а другите 4 – самостоятелни.

Въведението е на 20 стр. и има за цел да се направи увод в тематиката, като се дадат основни определения и твърдения от теорията на банаховите алгебри, слаба сходимост и топология, алгебрите H^{∞} и L^{∞}. Алгебрите на Бурген са въведени в Параграф 2, като са посочени източниците [4],[5] и [6]. В Параграф 3 са разгледани произведения на Блашке и техни свойства (вж. [2]). Получените резултати в дисертацията са описани в Параграф 4.

В Глава 1 се разглеждат алгебри на Бурген на подалгебри на $H^{\infty}(T)$ върху единичната окръжност Т.

В Параграф 1.1 са изложени известни факти за алгебрите на Бурген на $H^{\infty}(T)$ относно $L^{\infty}(T)$ – банахова алгебра от измеримите по Лебег, съществено ограничени функции върху Т. Разгледано е линейното пространство $H^{\infty}(T)+C(T)$, което е алгебра на Дъглас (вж. Garnett [2]). Приведени са факти и твърдения от Цима, Йенсън и Йейл [7] и Горкин, Изучи и Мортини [13]. В Параграф 1.2 са формулирани и доказани резултати на Станков и Христов [14]. Сред тях основен резултат е Теорема 1.2.1, в която се твърди, че

$$\left(z^{p}H^{\infty}(T),L^{\infty}(T)\right)_{b}=H^{\infty}(T)+C(T).$$

Приложен е метод използван от Горкин, Изучи и Мортини [13]. Използвана е Лема 3.8, която не е формулирана предварително. Добре е използваните теорема 2.11, лема 3.8, лема 1.1.2 да са записани като Теорема 2.11, Лема 3.8, Лема 1.1.2. Забележката се отнася и за други места в текста. Като следствие са доказани интересните Следствие 1.2.3 и Теорема 1.2.4.

В Параграф 1.3 са формулирани и доказани резултати на Христов [16]. Въведено е понятие за носител на функция от $H^\infty(T)$. С използване на Лема 1.3.1 е доказана Лема 1.3.2 за свойства на алгебра $z^p X$, където X е аналитична подалгебра на $H^\infty(T)$. След това са доказани теореми 1.3.3 – 1.3.8 за включвания на алгебрата на Бурген X+C(T) .

В Глава 2 се разглеждат алгебри на Бурген $\psi H^\infty(T)+C$ върху единичната окръжност T и спектъра на H^∞.

В Параграфи 2.1 и 2.2 се дефинират подалгебри от вида $\psi H^\infty(D)+C$, където ψ е функция на Блашке, въвежда се понятието нормално нулева алгебра и се доказва, че

$$\left(\psi X, L^\infty(D)\right)_N \supset X + C(D) \ ,$$

където X е подалгебра на $H^\infty(D)$, която е инвариантна относно обратната транслация. Резултатите са публикувани в статии [23] и [24] на Христов. Главен резултат в Параграф 2.2 е Теорема 2.2.1.

В Параграф 2.3 са формулирани и доказани резултати на Христов [24]. Главен резултат е Теорема 2.3.1, според която

$$\left(\psi H^\infty(T) + C, L^\infty(T)\right)_b = \left(H^\infty(T), L^\infty(T)\right)_b = H^\infty(T) + C(T).$$

В Глава 3 се разглеждат алгебри на Бурген $\psi H^\infty(D)$ и $\psi A(\overline{D})$ върху отворения и единичен кръг D. В Параграф 3.1 са въведени понятия за съществена и изчезваща осцилация на функция от $L^\infty(D)$. Добре е тези понятия да бъдат въведени с определения. Резултатите от параграфа са публикувани в самостоятелната статия [25] на Христов. Подробно е доказана Лема 3.1.1 и с нейна помощ Теорема 3.1.2.

В Параграф 3.2 са описани множествата на функции BV, въведени от Цима, Строехоф и Йейл, [9]. Даден е интересен Пример 3 за съществуване на нетангенциална граница за почти всяка точка на T. След това са доказани Теорема 3.2.2 и Теорема 3.2.4 за включване на алгебрата на Бурген $\left(\psi H^\infty(D), L^\infty(D)\right)_b$ в BV и $H^\infty(D) + C(\overline{D}) + V.$

В Параграф 3.3 са разгледани алгебри на Бурген $A(\overline{D})$ върху отворения и единичен кръг D. Резултатите от параграфа се съдържат в самостоятелната статия [26] на Христов, която е под печат в Доклади на БАН. В Теорема 3.3.1 е доказано включването

$$\left(\psi A(\overline{D}), L^\infty(D)\right)_b \supset H^\infty(D) \cap W(D) + C(\overline{D}) + V \ ,$$

като $W(D), V$ са подходящо дефинирани под множества на $L^\infty(D)$. След това е въведено множеството

$$A := \{f \in H^{\infty}(D) : \forall \varepsilon > 0, \{\xi \in T : diamCl(f,\xi)\}\ e\ \text{крайно}\}.$$
и са доказани Теореми 3.3.3 и 3.3.4

Доказано е

$$\left(\psi A(\overline{D}), H^{\infty}(D)\right)_b = A,$$

ако ψ е крайно произведение на Блашке.

Текстът на дисертацията е стегнат и ясно написан и не оставя съмнения за грешки. На отделни места биха могли да се дадат повече обяснения и мотивировка на разглежданите понятия. Други критични бележки отправих в хода на рецензията, но те не омаловажават качествата на дисертацията.

5. Публикации и цитирания

Броят на статиите по дисертационния труд на М. Христов са 6, сред които 2 са в съавторство с научния ръководител Д. Станков, а другите 4 са самостоятелни. Не са приведени цитирания от други автори. Съгласно Google Scholar са реферирани статиите [16] и [24], публикувани в Доклади на БАН.

6. Автореферат

Авторефератът на дисертационния труд е на 24 страници и съдържа Обща характеристика, Съдържание, Авторска справка, Библиография с 36 заглавия. В Съдържанието на дисертационния труд са отразени главните резултати в трите глави на дисертацията.

7. Препоръки

Мирослав Христов работи в актуална тематика на комплексния анализ. Препоръчвам да продължи с изследванията и да публикува нови резултати в реферирани и индексирани издания.

8. Заключение

Докторантът, гл.ас. Мирослав Колев Христов е навлязъл в актуална проблематика на Комплексния анализ в областта на алгебрите на Бурген. Получени са приноси в описанието на алгебрите на Бурген. Дисертационният труд отговаря на изискванията , на закона за развитие на академичния състав (ЗРАСБ), правилника за прилагане на ЗРАСБ, правилника ПРАС на ШУ и специфичните изисквания на ШУ.

Докторантът гл.ас. Мирослав Христов е изпълнил индивидуалния учебен план по докторската програма по "Математически анализ" и демонстрира качества и умения за научни изследвания, преподавателска и организационни дейности.

Гореизложеното, ми дава основание да дам Положителна оценка на дисертационния труд и да предложа на уважаемото Научно жури да присъди образователна и научна степен "Доктор" на гл.ас. Мирослав Колев Христов, в област на висше образование 4 "Природни науки, математика и информатика", Професионално направление 4.5 "Математика", Докторска програма "Математически анализ".

Член на журито,

Автор на рецензия:

проф. д.м.н. Степан Агоп Терзиян

26.02.2015 г.

Русе