РЕЦЕНЗИЯ

на дисертационен труд за придобиване на научната степен „доктор на науките”
в научната област 4. Природни науки, математика и информатика;
научно направление 4.5. Математика;
научна специалност Геометрия и топология

Автор: Веселин Тотев Видев

Тема: Характеризиране на Риманови и псевдо-Риманови многообразия и модели чрез оператори на кривината

Рецензент: проф. д-р Георги Златанов Златанов

1. *Актуалност на разработения в дисертационния труд проблем в научно отношение*

Дисертационният труд е посветен на определяне вида на многообразия със зададен тензор на кривината с точност до изометрия. В общия случай този проблем не е решен. Голям брой известни чуждестранни и български геометри успяват да характеризират някои Риманови пространства със специални тензори на кривината. През последните години при решаването на този проблем с успех се използват различни оператори на тензорите на кривината. Л. Ванхеке и П. Гилки въвеждат оператора на Якоби, Гр. Станилов въвежда кососиметричния оператор, обобщения оператор на Якоби, симетричния оператор и оператора на Станилов. След 1998 год. голям брой геометри започват да изучават глобалните Осерманови многообразия, открити от Р. Осерман. Тези многообразия се изучават от П. Гилки, А. Суон, Л. Ванхеке, К. Чи. По-късно П. Гилки, А. Суон и Л. Ванхеке обобщават глобалните многообразия на Осерман като въвеждат точково постоянните Осерманови многообразия. Ю. Николаевски определя връзката между глобалните и точково постоянните многообразия на Осерман. Е. Гасия, Д. Кунели и Р. Васкес въвеждат и изучават пространственоподобните и времеподобните Осерманови Лоренцови многообразия. П. Гилки и С. Никцевич обобщават точково постоянните Осерманови многообразия и въвеждат и изследват псевдо-Римановите многообразия. С помощта на косо-симетричния оператор Гр. Станилов и Р. Иванова изучават четиримерни Айнщайнови многообразия. Същият оператор използват и С. Иванов, И. Петрова, П. Гилки, Дж. Лап, Х. Садофски, Т. Дзанг. В. Видев и Ю. Цанков въвеждат и изследват к-Станиловите многообразия. Същите многообразия се изучават от К. Дън, П. Гилки, Р. Иванова и С. Никцевич. П. Гилки, С. Никцевич и В. Видев обобщават к-Станиловите многообразия. Гр. Станилов и В. Видев въвеждат точково и глобално Осермановите многообразия от ред κ . Идеята на Гр. Станилов за изучаване на Римановите многообразия, за които два кривинни оператора комутират, бе успешно развита от Станилов, Видев, Гилки и М. Брозос. Един клас от тези многообразия са наречени многообразия на Якоби-Видев. В дисертацията тези многообразия са наречени многообразия на Якоби-Ричи.

Казаното до тук свидетелства, че В. Видев изучава актуални за диференциалната геометрия проблеми.

2. *Обзор на съдържанието и резултатите в дисертационния труд*

Дисертационният труд, изложен на 178 страници, е структуриран в увод, четири параграфа, заключение, библиография, списък на научните публикации на В. Видев по разглежданата тема, списък на цитиранията на публикации на В. Видев.

Параграф 1 се състои от три раздела.

В раздел 1.1 с помощта на характеристичните коефициенти на оператора на Якоби са намерени характеристики за тримерно Риманово пространство с нулева постоянна секционна кривина (Теорема 1) и за точково постоянно Осерманово многообразие (Теорема 2). Доказано е, че ако едно многообразие е локално-Евклидова хиперповърхнина или хиперсфера в R^{n+1}, то многообразието е точково постоянна Осерманова повърхнина (Теорема 3).

В раздел 1.2 са разгледани дуалният принцип на Ракич за произволно Риманово пространство и холоморфният и антихоломорфен дуален принципи на Ракич за произволно четномерно почти ермитово многообразие. Намерени са характеристики за почти ермитовите многообразия, удовлетворяващи холоморфния (Теорема 6) или антихоломорфния принципи (Теорема 3). Намерени са необходими и достатъчни условия, при които симетричният линеен оператор на кривината на произволно Риманово многообразие има два собствени вектора в площадката, определена от векторите, които задават линейния оператор (Теорема 7).

В раздел 1.3 са намерени три класа Риманови многообразия, за които операторът на Якоби е идемпотентен.

В параграф 2 е формулирано твърдението на П. Гилки, че алгебричните тензори на кривината образуват реално векторно пространство върху тангенциалното пространство. Разгледани са два примера на многообразия с алгебричен тензор на кривината. След това се изследват многообразия с Осерманов алгебричен тензор на кривината. Доказано е, че ако едно многообразие има Осерманов алгебричен тензор от тип (r, s), то характеристичният полином на обобщения оператор е константа върху множеството от неизродени площадки с размерност r, s (Теорема 1). Намерени са условия, при които тензорът на кривината е Айнщайнов или дву-Айнщайнов (Теореми 2, 3). Доказано е, че когато има унитарна почти комплексна структура или паракомплексна структура, то алгебричният тензор на кривината е Осерманов от определен тип (Теореми 5, 6, 7, 8).

Параграф 3 се състои от два раздела.

В раздел 3.1 авторът въвежда оператор за произволно подпространство на дадено многообразие и го нарича оператор на Станилов. С помощта на оператора на Станилов се въвежда специално точково постоянно многообразие, което е наречено Станилово. Намерена е характеристика за четиримерни Риманови многообразия, когато те са точково постоянни Станилови многообразия (Теорема 3).

Раздел 3.2 е посветен на пространственоподобни, времеподобни, Жорданово-Станилови Риманови и псевдо-Риманови многообразия. Намерени са условия, при които едно свързано пространственоподобно Жорданово псевдо-Риманово многообразие е κ-пространственоподобно и κ-времеподобно Жорданово-Станилово многообразие (Теорема 1.4). Доказано е, че ако едно свързано

Римaново многообразие с размерност, различна от 3 и 7, е 2-Станилово, то то е IP-многообразие с постоянен пространственоподобен ранг (Теорема 1.5). В раздел 3.2 се изследват още Станилови многообразия с неутрална сигнатура и със сигнатура (*2s, s*). Определен е видът на ненулевите елементи на тензора на кривината $\boldsymbol{R_{3s}}$ на псевдо-Риманови многообразия ($\boldsymbol{M_{3s}}$, $\boldsymbol{g_{3s}}$) (Лема 4.1). Доказано е, че пространството ($\boldsymbol{M_{3s}}$, $\boldsymbol{g_{3s}}$) е кривинно-хомогенно многообразие с моделно пространство $\boldsymbol{V_{3s}}$ (Лема 4.3). Определен е видът на моделното пространство $\boldsymbol{V_{3s}}$ за многообразие с кососиметричен оператор на кривината (Лема 4.4). С помощта на оператора на Станилов е доказано, че $\boldsymbol{V_{3s}}$ е $\boldsymbol{k}$-времеподобно Жорданово-Станилово моделно пространство, тогава и само тогава, когато $\boldsymbol{k=2s}$ (Лема 4.5).

Параграф 4 се състои от 5 раздела и е посветен на комутационната теория за операторите на кривината.

В разделите 4.1 и 4.2 се въвеждат и характеризират редица нови и интересни многообразия, като например – многообразия на Якоби-Станилов, смесено-Станилово многообразие, косо-Станилово многообразие, многообразие на Якоби-Ричи, многообразия на Станилов-Видев. Доказана е еквивалентност на Якоби-Станиловите и смесено-Станиловите условия и еквивалентност на Якоби-Ричи и косо-Ричи условията (Теорема 1). Доказано е, че за всеки Якоби-Станилов Риманов модел тензорът на кривината е нулев (Теорема 2). Получени са характеристики за ортогонален Якоби-Станилов модел (Теореми 3, 4). Дефинирани са конформен и ортогонален конформен Якоби-Станилов модел и съответното им многообразие.

В раздел 4.3 се изследват Римановите косо-Станилови многообразия и модели (Теорема 6). Разгледани са примери за косо-Станилови модели.

В раздел 4.4 се изследват Риманови и псевдо-Риманови многообразия и модели на Якоби-Ричи. Определена е връзката между неразложимите модели на Якоби-Ричи и псевдо-Айнщайновите и Айнщайновите модели (Теореми 7, 8). Показано е, че всеки модел на Якоби-Ричи може да се представи като директна сума от псевдо-Айнщайнови модели (Теорема 10). Разгледани са примери на многообразия на Якоби-Ричи.

В раздел 4.5 се въвеждат многообразията на Станилов-Видев. Тези многообразия се дефинират от П. Гилки. Намерена е характеристика за четиримерно Риманово многообразие на Станилов-Видев (Теорема 14).

Библиографията съдържа 107 заглавия.

3. *Научни приноси на дисертационния труд*.

В допълнение към отбелязаните по-горе приноси ще отбележа, че представеният труд „Характеризиране на Риманови и псевдо-Риманови многообразия и модели чрез оператори на кривината" на проф. д-р Веселин Видев има цялостен характер при изучаване на геометрията на риманови и псевдо-риманови многообразия и модели чрез оператори на кривината. Публикациите и дисертационният труд на В. Видев ми дават основание да смятам, че приносите на Видев в изучаваната област от диференциалната геометрия са така съществени както и приносите в развитието ѝ на учени като П. Гилки, Л. Ванхеке, Гр. Станилов, А. Суон, Ю. Николаевски, З. Ракич и др.

В първите три параграфа В. Видев получава интересни резултати за известни или въведени от него пространства и модели. Тези резултати са получени чрез

известни и въведени от него оператори на кривината. В параграф 4 В. Видев въвежда и изследва съвършено нови многообразия и модели. С тези изследвания В. Видев обогатява геометрията на Римановите и псевдо-Римановите многообразия и модели и разширява нейната област. В дисертационния труд са разгледани интересни примери.
Основните резултати на дисертационния труд са дело на дисертанта или са получени в съавторство с неговия научен ръководител проф. Гр. Станилов и водещия в тази област проф. П. Гилке.

4. *Публикации*
Авторът участва с 27 публикации, от които 21 в съавторство и 6 самостоятелни. От работите на автора 7 са публикувани в списания с импакт фактор, а 15 са реферирани в Zentralblatt. Представени са 41 цитата на публикациите на автора, от които 32 са в реферирани списания, а 26 са в списания с импакт фактор.
Основните резултати от дисертационния труд са докладвани на чуждестранни и наши конференции.

5. *Авторефератът и авторската справка* правилно и точно отразяват основните резултати, получени в дисертационния труд.

6. *Заключение*
Оценката ми за дисертационния труд, автореферата, авторската справка и научните публикации на Веселин Тотев Видев е положителна.

Представеният дисертационен труд „Характеризиране на Риманови и псевдо-Риманови многообразия и модели чрез оператори на кривината" на проф. д-р Веселин Видев отговаря напълно на изискванията на ЗРАСРБ, на Правилника за прилагането му, на Правилника за развитие на академичния състав на ШУ „Епископ Константин Преславски" и на Правилника за развитие на академичния състав на ФМИ на ШУ.
Постигнатите резултати ми дават основание да препоръчам на Уважаемото научно жури да присъди на проф.д-р Веселин Тотев Видев научната степен „доктор на науките" в научната област 4. Природни науки, математика и информатика; научно направление 4.5. Математика; научна специалност Геометрия и топология.

09.02.2015
Пловдив

Подпис:
проф.д-р Георги Златанов