

РЕЦЕНЗИЯ

от доц. д-р Радостина Петрова Енчева

катедра „Алгебра и геометрия ”

към ФМИ на Шуменски университет „Еп. Константин Преславски”

на дисертационен труд за присъждане на научната степен

„доктор на науките”

по област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика,
професионално направление 4.5. Математика,
научна специалност "Геометрия и топология"

Автор: проф. д-р Веселин Тотев Видев

Тема: Характеризиране на Риманови и псевдо-Риманови многообразия и модели чрез оператори на кривината

1. Общо представяне на процедурата.

Със заповед № РД-16-241 от 17.12.2014г. на Ректора на Шуменски университет „Еп. Константин Преславски" (ШУ), съм определена за член на научното жури за публична защита на дисертация за придобиване на **научната степен "доктор на науките"** на тема "Характеризиране на Риманови и псевдо-Риманови многообразия и модели чрез оператори на кривината" по област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, научна специалност "Геометрия и топология". Автор на дисертацията е проф. д-р Веселин Тотев Видев от Тракийски университет-град Стара Загора, Стопански факултет, катедра "Информатика и математика".

С протокол №1/18.12.2014 от първото заседание на научното жури, съм определена да изготвя рецензия по процедурата въз основа на предоставения ми комплект материали.

Представеният от проф. д-р Веселин Тотев Видев комплект материали на хартиен носител е в съответствие с Правилника за развитие на академичния състав на ШУ (ПРАСШУ).

2. Кратки биографични данни на кандидата.

Веселин Тотев Видев е роден на 27 декември 1961 г. Завършва средното си образование през 1979г. в Математическа гимназия "Гео Милев"-град Стара Загора със специалност "Оператор на ЕИМ". В периода 1981-1985 е студент в ПУ "Паисий Хилендарски" в гр. Пловдив, където се дипломира като магистър със специалност "Математик, Учител по математика". От 1994 до 1998 г. е докторант във ФМИ, катедра "Геометрия" в СУ "Св. Климент Охридски"-град София с научен ръководител проф. д-рн Грозьо Станилов и защитава успешно дисертация

за придобиване на образователната и научна степен "доктор" по научната специалност "Геометрия и топология".

Преподавателската си дейност проф. Видев започва веднага след завършване на висшето си образование. От 1985 до 1988г. работи като учител по математика и информатика в Математическа гимназия "Гео Милев" в Стара Загора, а също и като хоноруван асистент във Висшия институт по зоотехника и ветеринарна медицина. От 1988г. до сега работи в Тракийски университет-Стара Загора, Стопански факултет, катедра "Информатика и математика", като е заемал последователно длъжностите асистент, старши асистент, главен асистент, доцент и професор. В момента проф. Видев е ръководител на катедра "Информатика и математика", член на ФС на Стопански факултет и на други комисии към Тракийски университет. Учебните дисциплини, които преподава, са Математика, Математика I част, Математика II част, Математика III част, Математическо моделиране в екологията, Моделиране и оптимизиране на производството в аквакултурата, Биостатистика, Теоретични основи на училищния курс по Математика.

Научните интереси на проф. Видев са в областта на диференциалната геометрия и приложение на математиката в екологията и селското стопанство. Член е на American Mathematical Society, Съюз на Математиците в България, Съюз на учените-Стара Загора. Рецензент е в American Mathematical Reviews и в Trakija Journal of Science от 2001 г. досега. Член е на редакционната колегия на Journal Science and Technologies. Има 44 научни статии.

3. Актуалност на тематиката и значимост на поставените цели и задачи.

Една от важните задачи, с които се занимава съвременната диференциална геометрия на Римановите многообразия, е по зададен тензор на кривина за произволно Риманово многообразие да се определи метриката на многообразието с точност до изометрия. Чрез този тензор многообразието се характеризират алгебрично, геометрично и топологично. В световната литература все още няма задоволително решение на този проблем в общия случай. За това е важно да се класифицират и опишат, с точност до изометрия, Римановите многообразия със специални нетривиални тензори на кривината. При решаването на този въпрос в последните 25 години, голям интерес предизвикват различните оператори на кривина, естествено свързани с Римановия тензор на кривина за дадено Риманово (псевдо-Риманово) многообразие, които се дефинират като линейни изображения на допирателното пространство към многообразието в произволна точка от многообразието. В дисертацията се разглеждат пет оператора, от които един на Якоби, три на Станилов и един симетричен оператор, който заедно с неговото обобщение са наречени от П. Гилки оператори на Видев. През 1988г. Осерман и неговият докторант К. Ш. Чи изследват Римановите многообразия, за които собствените стойности на оператора на Якоби са глобални константи върху многообразието. Тези многообразия са наречени глобални Осерманови. Естествено обобщение на Осермановите многообразия е въпросът, за

кои Риманови многообразия собствените стойности на оператора на Якоби не са константи, но са точково постоянни. Върху този проблем работят П. Гилки, А. Суон и Л. Ванхеке, които наричат разглежданите многообразия точково постоянни Осерманови многообразия. Ю. Николаевски доказва, че при размерност на многообразието различна от 2,4,8,16, класът на точково постоянните Осерманови многообразия съвпада с класа на глобалните Осерманови многообразия. По-късно, хипотезата на Осерман се пренася в четиримерната Лоренцова геометрия, където са дефинирани Осерманови Лоренцови многообразия, за които характеристичният полином на оператора на Якоби е глобална константа върху многообразието за произволен пространственоподобен или времеподобен допирателен вектор на многообразието. Обобщения за произволна размерност са получени след това от П. Гилки, Н. Блажич, Н. Бокан и С. Никчевич. Въз основа на оператора на Якоби, Г. Станилов въвежда косо-симетричен оператор, негово обобщение, наречен оператор на Станилов, и обобщен оператор на Якоби. След това, върху тази проблематика са работили редица български и международни учени като Ст. Иванов, В. Видев, И. Петрова, П. Гилки, Дж. Лаи и др. Дефинирани са редица нови класове от Риманови и псевдо-Риманови многообразия. През октомври 2014г., под ръководството на проф. Видев, докторантката Мария Иванова успешно защити дисертация върху тази тематика, за придобиване на образователна и научна степен "доктор".

Съществена роля за развитието на теорията на операторите на кривината има идеята на проф. Станилов да бъдат изучени класовете от Риманови многообразия, за които два оператора на кривината комутират във всяка точка на многообразието. В дисертацията, чрез комутационната теория на операторите, проф. Видев описва и характеризира редица нови Риманови и псевдо-Риманови многообразия и модели, носещи имената на създателя на тази теория, проф. Станилов, както и на автора на дисертационния труд. Освен това, в дисертацията са продължени изследванията върху операторите на кривината чрез собствени стойности, спектрални инварианти и жордановата нормална форма на тези оператори.

4. Научни приноси на дисертацията.

Представеният от проф. д-р Веселин Тотев Видев дисертационен труд се състои от 178 страници. Структуриран е в увод и изложение от четири параграфа, като параграф 1 се състои от три раздела, параграф 2 е цял, параграф 3 се състои от два раздела и параграф 4 се състои от пет раздела. Посочени са 107 литературни източника.

В раздел 1.1 на първи параграф на дисертацията са получени резултати за тримерните и четиримерните точково постоянни Осерманови многообразия. Характеризирани са класовете точково постоянни Осерманови многообразия чрез поставянето на условия, част от характеристичните коефициенти на оператора на Якоби да са точково постоянни. По-нататък се изследват точково постоянните Осерманови хиперповърхнини чрез собствените стойности на

операторите на Якоби на повърхнината. В раздел 1.2 са дефинирани холоморфния и антихоломорфния принцип на Ракич за оператора на Якоби в почти-Ермитовата геометрия. След това са характеризирани почти-Ермитовите многообразия и обобщените комплексни пространствени форми с точково постоянна холоморфна и антихоломорфна секционни кривини. В последния раздел 1.3 на първия параграф, чрез условието за идемпотентност на оператора на Якоби, са характеризирани n -мерните Риманови многообразия с размерност $n \neq 8, 16$ с постоянна секционна кривина, а също и обобщените комплексни пространствени форми с определен тензор на кривината.

Параграф 2 има предимно алгебричен характер. Следвайки дефиницията за обобщения оператор на Якоби в Римановата геометрия, в този параграф е дефиниран обобщен оператор на Якоби в псевдо-Римановата геометрия и са характеризирани псевдо-Римановите многообразия и модели, за които този оператор има точково постоянен характеристичен полином. Тези многообразия и модели са наречени обобщени Осерманови псевдо-Риманови многообразия и модели. В зависимост от размерността и сигнатурата, както на многообразието или модела, така и на индуциращото обобщения оператор на Якоби неизродено и неизотропно пространство, са получени зависимости между Осермановите и обобщените Осерманови псевдо-Риманови многообразия и модели.

В раздел 3.1 на трети параграф от дисертацията се разглеждат четиримерните k -Станилови многообразия. \mathbb{R} -многообразието, наречени така от П. Гилки, се въвеждат за първи път от С. Иванов и И. Петрова. Те характеризират четиримерните Риманови многообразия, за които кососиметричният оператор на Станилов има точково постоянни собствени стойности, доказвайки, че те са или пространства с постоянна секционна кривина или произведения от реален интервал и тримерно пространство с постоянна секционна кривина. Този резултат е обобщен и доказан по-късно от П. Гилки, Дж. Лаи и Х. Садофски при произволна размерност на многообразието. Основният резултат в този раздел е една обобщаваща теорема, свързваща \mathbb{R} -многообразието и 3-Станиловите многообразия при размерност $n=4$ на Римановото многообразие. Вторият раздел на параграфа започва с няколко дефиниции в алгебричен контекст. Въвеждат се \mathbb{R} -пространство, Жорданово- \mathbb{R} пространство и k -пространственоподобно (времеподобно) Жорданово-Станилово пространство. След това, в псевдо-Риманов смисъл, \mathbb{R} -условието за точкова постоянност на косо-симетричния оператор на кривина е обобщено като условие, наложено за Жордановата нормална форма на оператора на Станилов от ред k . Характеризирани са класовете от Риманови и псевдо-Риманови многообразия и модели с посоченото свойство, в зависимост от това дали косо-симетричния оператор на кривина е нилпотентен и в зависимост от това дали пораждащото оператора на Станилов от ред k подпространство е времеподобно или пространственоподобно. Изведени са експлицитни формули за метриката

на характеризиранието многообразия и модели. Направена е връзка между \mathbb{R} -условието и условията на Станилов. Изброените теореми допълват класификацията на \mathbb{R} -многообразието, при размерност на многообразието, различна от 3, 4 и 7, в зависимост от сигнатурата на многообразието. Характеризирани са псевдо-Римановите k -Станилови многообразия с неутрална сигнатура и някои специфични сигнатури. Разгледани са косо-симетричния оператор на кривина и оператора на Станилов от ред k , за някои специфични псевдо-Евклидови векторни пространства и са дефинирани кривинно-хомогенни и други фамилии от \mathbb{R} и k -Станилови векторни пространства.

В параграф 4 са продължени изследванията в комутационната теория на операторите, въведена от Г. Станилов. Първият раздел от параграфа има предварителен характер. На базата на оператора на Якоби, оператора на Ричи, тензора на кривината, скаларната кривина, конформния тензор на Вайл и конформния оператор на Якоби са определени многообразието на Якоби-Станилов, смесено-Станиловите многообразия, косо-Станиловите многообразия, Якоби-Ричи многообразието и косо-Ричи многообразието. Поради еквивалентността на Якоби-Станиловите и смесено-Станиловите условия, както и на Якоби-Ричи и косо-Ричи условията, по-нататък се разглеждат псевдо-Римановите многообразия и модели, които удовлетворяват Якоби-Станилов, косо-Станилов и Якоби-Ричи условията. В раздел 4.2 се разглеждат многообразия и модели на Якоби-Станилов. Получени са критерии, характеризиращи тези многообразия и модели в зависимост от размерността. След това са дефинирани конформни Якоби-Станилови многообразия и модели и са изследвани техни свойства. Дадени са и примери на разглежданите модели, като е определена метриката на модела за стандартно реално векторно пространство. В следващия раздел 4.3 е формулирана и доказана теорема, напълно характеризираща Римановите косо-Станилови многообразия и модели. Тук също са разгледани примери на изследваните многообразия и модели. Римановите и псевдо-Римановите многообразия и модели на Якоби-Ричи са разгледани в раздел 4.3. Едни от най-важните Риманови и псевдо-Риманови многообразия са Айнщайновите и псевдо-Айнщайновите многообразия. В този раздел е доказано, че Римановите и псевдо-Римановите многообразия и модели на Якоби-Ричи са Айнщайнови или псевдо-Айнщайновите, ако са неразложими, а ако са разложими, то те са директно произведение от Айнщайнови или псевдо-Айнщайновите многообразия и модели. Последният раздел е посветен на многообразието на Станилов-Видев, дефинирани чрез комутационно условие между косо-симетричния оператор на Станилов и обобщения оператор на Якоби. Установено е, че ако това условие е изпълнено, то тогава многообразието е Айнщайново Риманово многообразие. Тук са характеризирани четиримерните Риманови многообразия на Станилов-Видев. Доказано е, че едно четиримерно Риманово многообразие е многообразие на Станилов-Видев тогава и само тогава, когато то е многообразие с постоянна секционна кривина.

5. Публикации по дисертацията и апробация на резултатите.

Основните резултатите в дисертацията са публикувани в 27 научни статии в специализирани научни издания, от които 22 са реферирани в Zentralblatt MATH или Mathematical Reviews. От тях 7 статии са в международни списания с импакт ранг. Статиите [2], [3], [4], [5] и [13] са публикувани в Journal of Geometry, което е международно списание с импакт ранг. Статиите [1] и [6] са публикувани в Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications(USA) и в International Journal of Pure and Applied Mathematics, съответно, които също са международни списания с импакт ранг. Статиите [14], [15] и [18] са публикувани в Mathematika Balkanika, Symposia Gaussiana и Trends in Complex Analysis, Differential Geometry and Mathematical Physics, съответно. Статиите [7], [8], [12] са публикувани в годишника на Софийски университет, статиите [10], [21], [22] са публикувани в научни трудове на Пловдивски университет, а статиите [9], [11], [16], [17], [19] и [20] са публикувани в сборника от доклади на пролетната конференция на СМБ. Останалите статии са публикувани в научни трудове на СУБ. Стара Загора и в научни трудове на Русенски университет. Седем от статиите по дисертационния труд са самостоятелни, като шест от тях са публикувани в реферирани издания, а една е в международно списание с импакт ранг. Има намерени 41 цитирания на статии по дисертацията, от които 26 са в списания с импакт фактор/ранг. Напълно са удовлетворени специфичните изисквания на ФМИ на ШУ и изискванията за придобиване на научната степен "доктор на науките", заложи в правилника за развитие на академичния състав на ШУ.

Резултатите от дисертацията са докладвани на пролетната конференция на СМБ през 2001, 2002, 2003, 2004, 2009, на конференцията на Съюза на учените в България в Стара Загора през 2002, на Юбилейната научна сесия "30 години факултет по математика и информатика", Пловдив, 2000, на International Conference on Geometry and Applications, Varna, 2001, 2003, 2005, 2007, 2009, 2011, 2013, на *Arbeitstagung uber Geometry and algebra*(Chairman Prof. Wefelscheid): Humboldt University Berlin-2003, University of Poznan (Bendlevo), 2005; на *6-th International Workshop on complex structure and vector fields* (Editors S. Dimiev and K. Sekigava), Varna 2002; на *Midwest Geometry Conference in honor of Thomas P. Branson*. May 18-20, 2007, Iowa City, USA.

6. Автореферат.

Авторефератът се състои от 37 страници. Изготвен е според изискванията на ПРАСШУ на ШУ и отразява правилно и точно научните приноси на дисертационния труд.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дисертантът, проф. д-р Веселин Тотев Видев, е представил достатъчно документи и материали, които напълно отговарят на изискванията на Закона за развитие на академичния състав на Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, както и на съответния Правилник за развитие на академичния състав на Шуменски университет. Изпълнени са специфичните изисквания на ФМИ към ШУ "Еп. К. Преславски" и съвкупността от критерии и показатели в ПРАСШУ за придобиване на научна степен „доктор на науките“. Дисертационният труд, в една модерна област на диференциалната геометрия, показва, че проф. Видев е изграден учен със съществен принос в развитието на геометрията на Римановите и псевдо-Римановите многообразия и модели. Негови резултати са използвани и високо оценени от редица световно известни геометри. С изключение на малък брой технически и правописни грешки, дисертационния труд на кандидата е значимо и изчерпателно изследване. Голяма част от методите и идеите могат да бъдат и са използвани и от други автори в техните изследвания в подобни области. Въз основа на гореизложеното, отличната научно-изследователска работа, постигнатите научни резултати, които представляват оригинален принос в науката, считам за основателно да дам своята **ПОЛОЖИТЕЛНА** оценка по направеното изследване. Убедено препоръчвам на Научното жури да присъди на **проф. д-р Веселин Тотев Видев** научната степен „доктор на науките“ по област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, научна специалност "Геометрия и топология".

17.02.2015 г.

Изготвил рецензията:

(доц. д-р Радостина Енчева)